Divisionsalgoritm

Av dem som jag har frågat, unga som gamla, lärare och elever, har endast några lärare kunnat förklara, varför de olika divisionsalgoritmerna, stege, trappa, liggande stol m m är korrekta. Vilken algoritm som är bäst, enklast att handha har ju stötts och blötts. Om eleven förstår den gemensamma principen för all division, torde det spela mindre roll vilken algoritm eleven lär sig. Förklaringen är enkel och (naturligtvis) densamma för alla de olika algoritmerna. Ett enkelt exempel får visa bakgrunden:

$$\frac{1706}{7}=\frac{1400+306}{7}=\frac{1400}{7}+\frac{306}{7}=\frac{200\cdot 7}{7}+\frac{280+26}{7}=200+\frac{40\cdot 7}{7}+\frac{21+5}{7}=$$
$$=200+40+\frac{3\cdot 7}{7}+\frac{5}{7}=200+40+3+\frac{5}{7}=243+\frac{5}{7}$$

Jämför nu ovanstående med

t ex

243
1706 7
-1400
+306
-280
+26
-21
5

Eller kortare:

243
1706 7
14
30

Det framgår tydligt att dessa algoritmer endast är kortare versioner av det förklarande exemplet ovan!

Vårt exempel visar några drag i matematiskt tänkande:

a)

Man ser att division är ”omvänd” multiplikation, vilket innebär att man använder sig av något som man kan sedan tidigare, d v s något som man **känner igen!**

b)

Att man har **frihet:** man **får** välja något som passar en, i detta fall att skriva om 1706 som 1400 + 306 eller annorlunda sagt, att i täljaren skriva dit 1400 och sedan korrigera med +306 så att man behåller 1706.

Detta gör man naturligtvis för att man vet att 7 går jämnt upp i 1400.

Men, man har lika stor rätt att skriva 1706 om såsom t ex 1500 + 206, men det är *opraktisk*!

Det är inte heller fel att först skriva dit 700 och korrigera med 1006 och göra detta två gånger (viket illustrerar vad multiplikation är), men det är **bekvämare** att gå direkt till 1400.

Den första uppdelningen i vårt exempel upprepade vi i det 2:a steget. Att återigen använda den metod som man redan har använt en gång, eftersträvar matematiker med förkärlek, eftersom det ger mindre arbete och minskar risken för felaktigheter!

Matematiker är ofta **ändamålsenligt lättjefulla!**

För i första hand gymnasister kan man gärna gå vidare och visa polynomdivision.

$$\frac{p(x)}{x-1}=\frac{x^3-7x^2+4x+5}{x-1}=\frac{x^3-x^2-6x^2+4x+5}{x-1}=$$

$$\text{¿}\frac{x^2(x-1)-6x^2+6x-2x+5}{x-1}=\frac{x^2(x-1)}{x-1}+\frac{-6x(x-1)-2x+2+3}{x-1}=$$

$$\text{¿}x^2-\frac{6x(x-1)}{x-1}+\frac{-2(x-1)}{x-1}+\frac{3}{x-1}$$

Vi ser att resttermen är lika med 3. Om vi förlänger med (x-1) får vi:

$p(x) = x^3 - 7x^2 + 4x + 5 = (x - 1)(x^2 - 6x - 2) + 3$

Vi får då direkt att $p(1) = 3$, d v s för att få resttermens värde behöver man i polynomet endast sätta in $x = 1$

Om vi hade låtit den konstanta termen i $p(x)$ vara 2 i stället för 5, så hade divisionen gått jämnt ut, d v s resttermen hade blivit 0:

$p(x) = x^3 - 7x^2 + 4x + 2 = (x - 1)(x^2 - 6x - 2)$

$p(1) = (1 - 1)(1^2 - 6\cdot 1 - 2) = 0$, d v s $x = 1$ är ett nollställe till polynomet om resttermen = 0. Vi har här ett exempel på faktorteoremet.

Men resttermen behöver inte bli ett konstant tal:

$$\frac{x^4-5x^3+4x^2+7x-8}{x^2+1}=\frac{x^4+x^2-5x^3-5x+3x^2+12x-8}{x^2+1}=$$

$$=\frac{x^2(x^2+1)}{x^2+1}-\frac{5x(x^2+1)}{x^2+1}+\frac{3x^2+3+12x-11}{x^2+1}=x^2-5x+3+\frac{12x-11}{x^2+1}$$

Resten är här 12x – 11, som alltså är skild från en konstant.

Med ovanstående som bakgrund kanske man kan säga:

”Att dividera är inget att dividera om!”